

提高基线解算成功率的新算法

刘 玫¹, 阎跃鹏¹, 成 洁²

(1 中国科学院 微电子所, 北京 100029; 2 航天科技集团 704 所, 北京 100023)

摘 要: 在 GPS 基线解算中, LambdaZ 变换以其快速高效性成为模糊度搜索算法中提高算法性能的有效算法。但在观测方程协方差阵严重病态的情况下, LambdaZ 变换可能有变换失败的情况, 提出测试补偿 Z 变换算法, 用于规避 Lambda Z 变换失败的风险。通过分析其在短基线解算中的执行表现, 给出测试补偿 Z 变换的适用范围和性能评估。执行结果表明, 算法在协方差阵病态情况下能提高变换成功率。

关键词: GPS; 模糊度解算; Lambda; 测试补偿; Z 变换

中图分类号: P207

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2010)03-0001-04

A New Method for Baseline Processing

LIU Mei¹, YAN Yue-peng¹, CHENG Jie²

(1 Institute of Microelectronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China;

2 Long March Launch Vehicle Technology CO., LTD., Beijing 100023, China)

Abstract: The lambda method with Z transformation is valid and fast. It has been widely used to enhance the performance of the search arithmetic in GPS data processing problem. However, the lambda Z transformation is face to the probably of invalidation when the condition number is large. Propose a new arithmetic called test and compensated Z transformation to avoid the risk of invalidation. Though the performance of test and compensate Z transformation in processing measured data, it is clear that this new arithmetic perform well and success rate of Z transformation can be enhanced.

Key words: GPS; ambiguity solution; lambda; test and compensate; Z transformation

1 引言

通过 GPS 短基线精密解算进行测向测姿目前应用很广泛, 这类系统中的关键算法为载波整周模糊度的快速固定。Lambda 算法采用了搜索空间降相关压缩的方式解算模糊度^[1], 具有解算速度快, 成功率高的特性, 在短基线解算中表现卓越。Lambda 算法协方差阵降相关过程是通过整数 Z 变换, 达到协方差阵对角化来完成的。在协方差矩阵条件数较大的情况下, 整数 Z 变换算法可能引起协方差阵非正定, 进而导致解算失败。为了解决 Lambda Z 变换中存在的这类问题, 提出一种补偿算法, 用以加强 Lambda 整数 Z 变换在模糊度强相关条件下的执行力。

2 基线解算模型及 Lambda 算法

2.1 基于载波观测量的基线解算的原理

在基线解算中采用双差观测模型进行模糊度固定^[1], 将双差观测模型进行线性化, 可以给出观测方程:

$$b = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{G}\mathbf{I} + e,$$

式中, 待估计参数有基线向量 $\mathbf{X}$, 整周模糊度 $\mathbf{I}$, b 是双差观测量, e 为总体观测误差, $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{G}$ 分别为基线向量和整周模糊度的系数矩阵。利用混合最小二乘求解, 由线性方程组

$$[\mathbf{A} \ \mathbf{G}]^T \mathbf{C} [\mathbf{A} \ \mathbf{G}] \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}} \\ \hat{\mathbf{I}} \end{bmatrix} = [\mathbf{A} \ \mathbf{G}]^T \mathbf{C} b$$

收稿日期: 2009-03-23; 修回日期: 2009-05-23

基金项目: 国家“八六三”计划项目(2007AA12Z343)

得到浮动解满足

$$\min_{x, I} \|b - Ax - GI\| \sum_b^{-1},$$

式中, $x \in R^p, I \in Z^n$. 因其中 I 具有整数特性, 称这类问题为混合最小二乘问题, 由浮动解通过整周固定推出固定解, 其模糊度整周固定依据为

$$\min_{I \in Z^n} (I - \hat{I})^T Q^{-1} (I - \hat{I}),$$

其中协方差阵:

$$Q^{-1} = G^T CG - G^T CA (A^T CA)^{-1} A^T CG.$$

通过模糊度固定可得到最优整周模糊度组 I' , 相应的基线向量固定解表达式为

$$A^T CAx' = A^T Cb - A^T CGI'.$$

完成短基线解算其难点在于模糊度的固定过程. 利用 Lambda 算法可以达到快速固定载波整周模糊度的目的.

2.2 Lambda 算法简述

搜索空间由表达式:

$$(I - \hat{I})^T Q^{-1} (I - \hat{I}) \leq \chi^2.$$

在给定搜索空间内确定模糊度组为使得标准差最小的整数向量. 其中 Q^{-1} 为正定矩阵, 搜索空间为由 Q^{-1} 确定形状的多维椭球体. 由之前的解算步骤给出正定协方差阵 Q , 浮动模糊度解 $\hat{I}$, Lambda 算法的关键点:

(1) 对协方差阵 Q 进行对角化处理, 计算整数化因子 Z , 同时, 给出浮动解转换矩阵 $\hat{J} = Z^T \hat{I}$, 对应的搜索空间变为

$$(J - \hat{J})^T Q'^{-1} (J - \hat{J}) \leq \chi^2.$$

协方差阵 $Q' = Z^T Q Z$. 这步执行的就是 Z 变换.

(2) χ^2 可以控制搜索域的体积, 可以根据可以承受的运算量给出, 也可以将直接取整的一组模糊度的标准差赋给 χ^2 , 作为搜索空间的控制参数. 遍历搜索空间域内可能存在的模糊度组.

(3) 给出域内模糊度组对应的标准差, 通过多维椭球体内寻找最小标准差获得模糊度固定解.

(4) 通过 Z 变换的反变换完成原始整周模糊度的获取, 即 $I' = Z^{-T} J'$.

3 Lambda Z 变换

Lambda 算法由于有效压缩了搜索空间, 使得搜索速度大幅提高^[2]. Z 变换对于协方差阵的降相关效果可以由模糊度降相关数值 r_Q ^[3] 来定量的表征,

计算表达式为

$$r_Q = \sqrt{|[\text{diag}(Q)]^{-\frac{1}{2}} Q [\text{diag}(Q)]^{-\frac{1}{2}}|}$$

这个数值实际上是表征了协方差阵的对角化程度, 模糊度搜索空间的形状由协方差阵来确定, 其对角化程度决定了椭球体的长径与短径的比值, 对角化程度越高, 比值越小, 搜索空间压缩率越高, 搜索速度也越快.

Z 变换的过程包括 cholesky 分解及对三角因数阵就近取整的过程. 在这一过程中, 由于取整的过程改变了协方差阵的特征值, 在条件数较大的情况下有可能造成协方差阵的非正定, 继而造成 Z 变换的失败. 为了解决这个问题, 可以采取接受不经过降相关的 Q 阵作为搜索协方差阵, 这种情况下搜索仍有失败的可能性. 下面, 将提出一种测试补偿的算法对这种情况进行修正.

4 测试补偿 Z 变换

这种 Z 变换算法是基于 Lambda Z 变换的补偿算法, 其核心思想是对取整变换后的方差阵进行测试, 若发现其非正定, 插入补偿算法, 提取协方差阵每个元素对非正定有贡献的部分, 根据提取结果对三角因数阵进行重新取整^[4].

4.1 非正定协方差阵的元素分解

当测试到因就近取整造成协方差阵非正定后, 对协方差阵进行元素分解. 方法是先对协方差阵进行特征值分解, 分解形式为 $Q_N = SWD_{sud}S^{-1}$, 其中 $S^{-1} = D_{sud}$, 特征向量矩阵 S 的元素计为 $S_{i,j}$, 特征向量矩阵 D_{sud} 中的元素计为 $D_{sud,i,j}$, 根据协方差阵的谱分解结果给协方差阵元素的分解形式, 表达式如下:

$$Q_N |_{i,j} = P_{\text{value}} + \sum_{k=k_1}^n S_{i,k} w_k D_{sud,k,j}.$$

此时, 协方差阵具有 $n - k_1 + 1$ 个非负特征值, 作上述分解目的是提取每元素中非正定对应部分

$$\sum_{k=k_1}^n S_{i,k} w_k D_{sud,k,j}.$$

4.2 三角因数阵的取整调整方案

Z 变换的过程包括上三角阵分解和下三角阵分解两个过程, 在每次分解后, 由于模糊度的整数特性, 对三角因数阵进行就近取整. 在测试补偿 Z 变换中给出取整调整方案. $Q_N = LDL^T$, 其中, L 为下三角阵, 下面给出调整表达式, $[\]$ 为就近取整表达式:

(1) 由第一列开始调整, 给出调整表达式初始元素:

$$L_{\text{new}|1,1} = \left[\sqrt{\frac{\Delta_{L-1,1}}{d_1}} \right]$$

$$\Delta_{L-1,1} = (L_{10,1}d_1L_{10,1} + \sum_{k=k_1}^n S_{1,k}\lambda_k D_{sdv,k,1})$$

中间元素:

$$L_{\text{new}|i,1} = \left[\frac{\Delta_{i,1}}{d_1 L_{1,1} |_{\text{new}}} \right]$$

$$\Delta_{L-i,1} = (Q_N |_{i,1} + \sum_{k=k_1}^n S_{i,k}\lambda_k D_{sdv,k,1})$$

(2) 执行完初始列调整,从第二列依次调整,给出第 j 列调整表达式.

对角元素:

$$\Delta_{L-i,j} = (Q_N |_{i,j} + \sum_{k=k_1}^n S_{1,k}\lambda_k D_{sdv,k,1} -$$

$$\sum_{k=1}^{j-1} L_{j,k} |_{\text{new}} d_k L_{j,k} |_{\text{new}})$$

$$L_{\text{new}|i,j} = \left[\sqrt{\frac{\Delta_{i,j}}{d_j}} \right]$$

非对角元素:

$$\Delta_{L-i,j} = (Q_N |_{i,1} + \sum_{k=k_1}^n S_{i,k}\lambda_k D_{sdv,k,1} -$$

$$\sum_{k=1}^{j-1} L_{j,k} |_{\text{new}} d_k L_{j,k} |_{\text{new}})$$

$$L_{\text{new}|i,j} = \left[\sqrt{\frac{\Delta_{L-i,j}}{d_j}} \right]$$

$$Q_N = UDU^T$$

式中, U 为上三角阵,下面给出调整表达式.

(3) 由第末列开始调整,给出调整表达式.

初始元素:

$$\Delta_{u-nn} = U_{no,no}d_1U_{no,no} + \sum_{k=k_1}^n S_{n,k}\lambda_k D_{sdv,k,n}$$

$$U_{\text{new}|i,n} = \left[\sqrt{\frac{\Delta_{u-nn}}{d_n}} \right]$$

中间元素:

$$U_{\text{new}|i,n} = \left[\frac{(Q_N |_{i,1} + \sum_{k=k_1}^n S_{i,k}\lambda_k D_{sdv,k,1})}{d_n L_{n,n} |_{\text{new}}} \right]$$

(4) 执行完初始列调整,从第二列依次调整,给出第 j 列调整表达式.

对角元素:

$$\Delta_{u-i,j} = (Q_N |_{i,j} + \sum_{k=k_1}^n S_{n,k}\lambda_k D_{sdv,k,n} -$$

$$\sum_{k=j-1}^n U_{j,k} |_{\text{new}} d_k U_{j,k} |_{\text{new}})$$

$$U_{\text{new}|i,j} = \left[\sqrt{\frac{\Delta_{u-i,j}}{d_j}} \right]$$

非对角元素:

$$\Delta_{u-i,j} = (Q_N |_{i,j} + \sum_{k=k_1}^n S_{i,k}\lambda_k D_{sdv,k,1} -$$

$$\sum_{k=j-1}^n U_{i,k} |_{\text{new}} d_k U_{j,k} |_{\text{new}})$$

$$U_{\text{new}|i,j} = \left[\frac{\Delta_{u-i,j}}{d_j U_{j,j} |_{\text{new}}} \right]$$

经过非正定协方差阵的元素分解和三角因数阵的取整调整方案,搜索空间被重新压缩了,对比标准 Lambda Z 变换的压缩算法,新补偿算法增加了测试补偿调整方案,补偿了非正定.

5 实测数据结果分析

实验基于短基线实测数据,基线长度在 10m 内 (表 1 中组实验数据实际基线长为基线一 7.665 8m,基线二 4.672 2m),表中分别列出两条基线实测数据的执行效果,其中分别就原始协方差阵,lambda Z 变换在表中为计为标准 Z 变换,测试补偿 Z 变换在表中计记为补偿 Z,相同基线中,不同历元数的选取基于同组观测数据.

表 1 插入测试补偿 Z 变换算法的实测数据分析

基线编号	历元数	卫星数	协方差阵条件数			协方差阵相关数		
			原始	标准 Z	补偿 Z	原始	标准 Z	补偿 Z
基线一	2	7	2.364e5	非正定	115.658	7.524e-4	非正定	0.541
	3	7	4.294e4	非正定	85.211	6.321e-3	非正定	0.621
	4	7	3.248e4	非正定	75.236	3.874e-3	非正定	0.634
	5	7	6.474e3	44.536	无需补偿	4.857e-2	0.745	无需补偿
基线二	2	8	6.621e5	非正定	无能力补偿	9.546e-4	非正定	无能力补偿
	3	8	3.588e4	非正定	72.365	6.852e-3	非正定	0.587
	4	8	3.021e4	非正定	59.633	7.489e-3	非正定	0.658
	5	8	6.248e3	23.568	无需补偿	4.205e-2	0.821	无需补偿

两组实测数据对不同历元多次试验^[5],结果表

明 3 历元以上的变换成功率在.基线一双历元变换

成功率(10 次试验),基线二双历元变换成功率(10 次试验)。

试验中的程序采用在需要时才作出补偿的方式,所以如果标准 Z 变换可以成功地给出完整的变换过程,算法实现中将不再插入测试补偿算法,当标准 Z 变换无法给出完整的 Z 变换过程,插入补偿算法。表中的执行结果中,测试补偿算法有良好的执行效果,在很多测试结果中都给出了完整的变换过程。但是从结果中也可以看出,测试补偿 Z 变换有一定的补偿范围,在条件数过大的情况下,测试补偿 Z 变换也会产生无力补偿的情况。同时,补偿后的协方差相关数较低,但远高于原始协方差阵。

6 结束语

(1) 标准 Lambda Z 变换是一种有效的降相关变换算法^[1,6],在条件数较大的情况下,这种 Z 变换会导致协方差阵非正定,给出失败的变换结果。为了提高 Z 变换的成功率,提出了测试补偿 Z 变换算法。

(2) 给出测试补偿算法的插入条件,给出补偿步骤和分部补偿公式。

(3) 测试补偿 Z 变换其协方差相关数较低,但远高于原协方差阵的条件数,其补偿的代价是计算量的增加和压缩比的降低,协方差阵相关数为表征压缩比的参量。

(4) 由实测数据试验结果分析得出测试补偿 Z 变换有良好的补偿效果,在其调节范围内能给出很好的变换成功率。这种补偿算法有一定的调节范围,由于实测环境的复杂多变,这里不给出其定量的调节范围,只给出每种情况下调节的成功率,也是一种调节范围的表征^[7-8]。

测试补偿 Z 变换是一种有效的 Z 变换的补偿

算法,能够提高 Z 变换的成功率,同时,保证 Z 变换的空间压缩质量。

参考文献:

- [1] Benjamin W Remondi, Grover Browin. Triple differencing with kalman filtering: making it work[J]. GPS Solutions, 2000, 12(3): 45.
- [2] Chris Rizos. SNAP - UNSW, tutorial: topic 8: GPS base-line processing[EB/OL]. [2008 - 12 - 10]. <http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/gps/gps-survey/chap8/chap8.htm>.
- [3] Kyle Okeefe, Mark Petovello. Assessing probability of correct ambiguity resolution in the presence of time - correlated errors[J]. Journal of the Institute Navigation, 2006, 53(4): 269 - 282.
- [4] Xu P, Cannon E, Lachapelle G. Mixed integer programming for the resolution of GPS carrier phase ambiguity [C]// IUGG95 Assembly. Germany, Universitat Stuttgart, 2002.
- [5] National Space Science Data Center. DGRF/IGRF geomagnetic field model 1945 - 2005 and related parameters [EB/OL]. [2009 - 02 - 10]. <http://nssdcftp.gsfc.nasa.gov/models/geomagnetic/igrf/>.
- [6] Donghym Kim, Richard B, Langley. Geodetic research laboratory [C]// International Symposium on GPS/GNSS. Korea Seoul, 2000.
- [7] 陈勇. 基于遗传算法的多值站内搜索设计与实现[J]. 微电子学与计算机, 2008, 25(11): 219 - 221.
- [8] 陈克伟, 程思微. 成像卫星任务规划系统分析与设计[J]. 微电子学与计算机, 2008, 25(10): 65 - 68.

作者简介:

刘 玫 女, (1979 -), 博士研究生。

阎跃鹏 男, (1963 -), 博士研究员。